

## CHAPTER-IV

### CONTROL CHARTS AND CUSUMS UNDER LINEAR TREND WITH ERLANG DISTRIBUTION

#### 4.1 THE IMPORTANCE OF ERLANG DISTRIBUTION

The Erlang distribution is a continuous probability distribution and it is widely applied in real world since it is related with exponential and Gamma distributions. The Erlang distribution is propounded by A.K.Erlang to observe the number of telephone calls which will made simultaneously to the operators of the switching stations. This work on telephone traffic engineering has been extended to the waiting times of queuing systems in general. This distribution is also useful in the fields of Stochastic Processes and of bioinformatic.

The Earlang distribution is one of the important distributions in statistical theory and arises in quite a few diverse contexts. The Gamma distribution as a model for the failure time distribution of the items under test. The two parameter Erlang distribution with probability density function is given by

$$\frac{\lambda^k x^{k-1} e^{-\lambda x}}{(k-1)!}$$

Where  $\lambda > 0$ .

And the cumulative distribution function is given by

$$\frac{\gamma(k, \lambda x)}{(k-1)!} = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} e^{-\lambda x} (\lambda x)^n / n!$$

## 4.2 RUN LENGTH CALCULATION UNDER LINEAR TREND WITH ERLANG DISTRIBUTION

In this case also, we reconsider the methods explained in the sections 2.4.2 and 2.4.3 for calculating run length distribution under linear trend with Erlang distribution.

For an illustration, consider W chart with action line at  $3.09\sigma_e$  from a target value and warning limit at  $1.96\sigma_e$ . Let the process changes to a value  $1.00\sigma_e$  from the target value, then for Erlang variable

$$P_A = 1 - \Phi(3.09 - 1) = 0.019868$$

$$P_W = 1 - \Phi(1.96 - 1) = 0.126622$$

The transition matrix in this case is given by

$$P = \begin{bmatrix} 0.8733776 & 0.1067542 & 0.0198681 \\ 0.8733776 & 0 & 0.1266223 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

The ARL is

$$\frac{1 + P_W - P_A}{P_A + P_W(P_W - P_A)} = 33.15066$$

The probability of a signal at the first sample  $P_{0.3}$  is 0.015299. Squaring P, we get

$$\begin{bmatrix} 0.8560252 & 0.0932368 & 0.0507379 \\ 0.7627884 & 0.0932368 & 0.1439747 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

The element  $P_{0.3}^2$  is 0.0507379 . Obviously the probability of a signal a sample 2 is 0.030869. Similarly  $P_{0.3}^3$  is 0.079551, gives 0.028813 is the probability run length for three samples.

In the case of non homogenous transition matrix, it is necessary to multiply original 'P' by new transition matrix obtained after allowing a step change in the mean level. We denote the rate of change by  $\Delta$  and we use  ${}^1P$ ,  ${}^2P$  etc, for the first, second etc samples transition matrices are deduced. In general the Cumulative probability of signal at are before the  $i^{\text{th}}$  sample is  $(0, m)^{\text{th}}$  element of the product. i.e.  ${}^1P {}^2P {}^3P \dots {}^iP$

Individual terms of the run length probability distribution are obtained by successive differences of cumulative probabilities.

Reconsider W scheme with  $A = 3.09$ ,  $W = 1.96$ , with 0 shift, we get

$$P_A = 0.0680389420630786$$

$$P_W = 0.394242239392139$$

We get

$${}^1P = \begin{bmatrix} 0.60575776 & 0.3262032 & 0.0680389 \\ 0.60575776 & 0 & 0.3942422 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

At the second sample, the  $0.5\sigma_e$  shift i.e.  $\Delta = 0.5$  gives

$$P_A = 0.0389021162208609$$

$$P_W = 0.250427803248587$$

We get

$${}^2P = \begin{bmatrix} 0.74957219 & 0.2115256 & 0.0389021 \\ 0.74957219 & 0 & 0.2504278 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Also

$${}^1P^2P = \begin{bmatrix} 0.6985720 & 0.1281333 & 0.1732945 \\ 0.4540591 & 0.1281333 & 0.4178074 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

From the above calculations we get the cumulative probabilities of a signal at sample 2 is 0.1732945. Subtracting the  $(0, m)^{\text{th}}$  element of  ${}^1P$  gives 0.105256. The above computations are presented for the sake of illustration allowing slippages at different levels, similar type of calculations and re-designated as  ${}^1P^2P^3P$ -----

For different slippages in mean level, say  $\Delta = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2$  are computed and summarized below.

**Table 4.1**

**Signaling Table for Action & Warning Charts**

SHIFT	P <sub>A</sub>	P <sub>W</sub>		0.3555379	0.3827769	0.2616852					
0	0.2616852	0.6444621	<sup>1</sup> P	0.3555379	0	0.6444621					
				0	0	1			0.2611846	0.136210756	0.6026047
							<sup>1</sup> P * <sup>2</sup> P		0.1257743	0.136210756	0.7380149
0.01				0.3537578	0.3831117	0.2631305			0	0	1
	0.2631305	0.6462422	<sup>2</sup> P	0.3537578	0	0.6462422					0.340919
				0	0	1			0.2593649	0.135644552	0.6049906
							<sup>2</sup> P* <sup>3</sup> P		0.1245164	0.135644552	0.739839
0.02				0.3519821	0.3834391	0.2645788			0	0	1
	0.2645788	0.6480179	<sup>3</sup> P	0.3519821	0	0.6480179					0.34186
				0	0	1			0.2549575	0.135293428	0.6097491
							<sup>3</sup> P* <sup>4</sup> P		0.122026	0.135293428	0.7426806
0.05				0.3466823	0.3843759	0.2689418			0	0	1
	0.2689418	0.6533177	<sup>4</sup> P	0.3466823	0	0.6533177					0.34517
				0	0	1			0.2470548	0.133745345	0.6191998
							<sup>4</sup> P* <sup>5</sup> P		0.1171583	0.133745345	0.7490963
0.1				0.3379414	0.3857865	0.2762721			0	0	1
	0.2762721	0.6620586	<sup>5</sup> P	0.3379414	0	0.6620586					0.350258
				0	0	1			0.2321827	0.131135922	0.6366814
							<sup>5</sup> P* <sup>6</sup> P		0.1084166	0.131135922	0.7604474
0.2				0.3208149	0.3880433	0.2911418			0	0	1
	0.2911418	0.6791851	<sup>6</sup> P	0.3208149	0	0.6791851					0.360409
				0	0	1			0.1931208	0.125233417	0.6816457
							<sup>6</sup> P* <sup>7</sup> P		0.0874026	0.125233417	0.787364
0.5				0.2724393	0.3903604	0.3372003			0	0	1
	0.3372003	0.7275607	<sup>7</sup> P	0.2724393	0	0.7275607					0.291142
				0	0	1			0.1342133	0.103605335	0.7621814
							<sup>7</sup> P* <sup>8</sup> P		0.0551675	0.103605335	0.8412272
1				0.2024945	0.3802878	0.4172177			0	0	1
	0.4172177	0.7975055	<sup>8</sup> P	0.2024945	0	0.7975055					0.424981
				0	0	1					

In case of CUSUM scheme the transition matrix can be obtained by making use of the formulae given in section 2.4.3. These are summarized in the following matrix.

**TABLE 4.2**

**Transition Probability Matrix with 0 Shift**

0.030657	0.000012	0.020377	0.028946	0.029668	0.030128	0.031162	0.031933	0.032922	0.034353	0.036056	0.037833	0.040646	0.043900	0.049068	0.056345	0.067474	0.088510	0.135219	0.020806
0.064310	0.030657	0.267705	0.135219	0.088510	0.067474	0.056345	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.390734	0.030657	0.135219	0.088510	0.067474	0.056345	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.297836	0.239309	0.030657	0.088510	0.067474	0.056345	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.223644	0.390734	0.094133	0.030657	0.067474	0.056345	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.158426	0.297836	0.390734	0.239514	0.008173	0.030657	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.141788	0.255226	0.369850	0.363379	0.151701	0.001823	0.030657	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.129492	0.223644	0.332208	0.390734	0.304677	0.094133	0.000254	0.030657	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.121004	0.200285	0.297260	0.377172	0.374446	0.239514	0.054776	0.000011	0.030657	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.114505	0.182452	0.267705	0.350935	0.390734	0.336063	0.180447	0.030657	0.030660	0.030657	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.109394	0.168553	0.243475	0.323045	0.381465	0.379955	0.288300	0.131849	0.016466	0.000005	0.030657	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.105263	0.157480	0.223644	0.297260	0.362014	0.390734	0.353146	0.239514	0.094133	0.008448	0.000054	0.030657	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.101869	0.148476	0.207352	0.274574	0.339674	0.384000	0.383078	0.317509	0.194292	0.065892	0.004087	0.000187	0.030657	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.057461	0.141028	0.193820	0.254976	0.317674	0.369062	0.390734	0.363379	0.278453	0.154732	0.045330	0.001829	0.000417	0.030657	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.067743	0.096606	0.134793	0.182452	0.238143	0.297260	0.350935	0.385628	0.385025	0.336063	0.239514	0.121436	0.030657	0.000736	0.000736	0.030657	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.067743	0.094524	0.129492	0.172826	0.223644	0.278850	0.332208	0.373812	0.390734	0.369973	0.304677	0.202945	0.094133	0.020363	0.000254	0.001133	0.030657	0.029668	0.028946	0.028597
0.067474	0.093296	0.124951	0.164594	0.211138	0.262459	0.211138	0.358896	0.386729	0.386312	0.348453	0.271884	0.169807	0.072151	0.013258	0.000068	0.001585	0.030657	0.028946	0.028591
0.067474	0.091146	0.121004	0.157480	0.200285	0.247929	0.297260	0.342897	0.377172	0.390734	0.374446	0.322823	0.239514	0.140654	0.054779	0.008448	0.000011	0.002084	0.030657	0.028591
0.067474	0.090400	0.117978	0.151276	0.190796	0.235060	0.281784	0.239688	0.364698	0.387510	0.002611	0.357105	0.295355	0.208806	0.115492	0.041172	0.005243	0.000001	0.002611	0.030657
0.067474	0.088510	0.114505	0.145833	0.182452	0.223644	0.267705	0.311638	0.350935	0.379615	0.390734	0.377625	0.336063	0.267204	0.180447	0.094133	0.030657	0.003159	0.003160	0.003159

**TABLE 4.3****Transition Probability Matrix with 0.01 Shift**

0.030657	0.000012	0.020377	0.028946	0.029668	0.030128	0.031162	0.031933	0.032922	0.034353	0.036056	0.037833	0.040646	0.043900	0.049068	0.056345	0.067474	0.088510	0.135219	0.020806
0.064310	0.030657	0.267705	0.135219	0.088510	0.067474	0.056345	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.390734	0.030657	0.135219	0.088510	0.067474	0.056345	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.297836	0.239309	0.030657	0.088510	0.067474	0.056345	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.223644	0.390734	0.094133	0.030657	0.067474	0.056345	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.158426	0.297836	0.390734	0.239514	0.008173	0.030657	0.049068	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.141788	0.255226	0.369850	0.363379	0.151701	0.001823	0.030657	0.043900	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.129492	0.223644	0.332208	0.390734	0.304677	0.094133	0.000254	0.030657	0.040646	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.121004	0.200285	0.297260	0.377172	0.374446	0.239514	0.054776	0.000011	0.030657	0.037833	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.114505	0.182452	0.267705	0.350935	0.390734	0.336063	0.180447	0.030657	0.030660	0.030657	0.036056	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.109394	0.168553	0.243475	0.323045	0.381465	0.379955	0.288300	0.131849	0.016466	0.000005	0.030657	0.034353	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.105263	0.157480	0.223644	0.297260	0.362014	0.390734	0.353146	0.239514	0.094133	0.008448	0.000054	0.030657	0.032922	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.101869	0.148476	0.207352	0.274574	0.339674	0.384000	0.383078	0.317509	0.194292	0.065892	0.004087	0.000187	0.030657	0.031931	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.064310	0.057461	0.141028	0.193820	0.254976	0.317674	0.369062	0.390734	0.363379	0.278453	0.154732	0.045330	0.001829	0.000417	0.030657	0.031162	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.067743	0.096606	0.134793	0.182452	0.238143	0.297260	0.350935	0.385628	0.385025	0.336063	0.239514	0.121436	0.030657	0.000736	0.000736	0.030657	0.030128	0.029668	0.028946	0.028597
0.067743	0.094524	0.129492	0.172826	0.223644	0.278850	0.332208	0.373812	0.390734	0.369973	0.304677	0.202945	0.094133	0.020363	0.000254	0.001133	0.030657	0.029668	0.028946	0.028597
0.067474	0.093296	0.124951	0.164594	0.211138	0.262459	0.211138	0.358896	0.386729	0.386312	0.348453	0.271884	0.169807	0.072151	0.013258	0.000068	0.001585	0.030657	0.028946	0.028591
0.067474	0.091146	0.121004	0.157480	0.200285	0.247929	0.297260	0.342897	0.377172	0.390734	0.374446	0.322823	0.239514	0.140654	0.054779	0.008448	0.000011	0.002084	0.030657	0.028591
0.067474	0.090400	0.117978	0.151276	0.190796	0.235060	0.281784	0.239688	0.364698	0.387510	0.002611	0.357105	0.295355	0.208806	0.115492	0.041172	0.005243	0.000001	0.002611	0.030657
0.067474	0.088510	0.114505	0.145833	0.182452	0.223644	0.267705	0.311638	0.350935	0.379615	0.390734	0.377625	0.336063	0.267204	0.180447	0.094133	0.030657	0.003159	0.003160	0.003159



**TABLE 4.4**

**Transition Probability Matrix with 0.02 Shift**

0.028425	0.000013	0.021301	0.030178	0.030925	0.031401	0.032470	0.033267	0.034289	0.035767	0.037525	0.039359	0.042260	0.045613	0.050932	0.058412	0.069827	0.091335	0.138811	0.022720
0.069827	0.028425	0.271481	0.138811	0.091335	0.069827	0.058412	0.050932	0.045613	0.042260	0.039359	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030178	0.029842
0.069827	0.388293	0.028425	0.138811	0.091335	0.069827	0.058412	0.050932	0.045613	0.042260	0.039359	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.301158	0.231483	0.028425	0.091335	0.069827	0.058412	0.050932	0.045613	0.042260	0.039359	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.227708	0.388293	0.089068	0.028425	0.069827	0.058412	0.050932	0.045613	0.042260	0.039359	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.162266	0.301158	0.388293	0.231688	0.007422	0.028425	0.050932	0.045613	0.042260	0.039359	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.145459	0.259124	0.370515	0.357574	0.145012	0.001620	0.028425	0.045613	0.042260	0.039359	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.133010	0.227708	0.334652	0.388293	0.297154	0.089068	0.000219	0.028425	0.042260	0.039359	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.124402	0.204351	0.300592	0.377261	0.369335	0.231688	0.051301	0.000009	0.028425	0.039359	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.117802	0.186457	0.271481	0.352655	0.388293	0.329194	0.173211	0.028425	0.028420	0.028425	0.037525	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.112608	0.172474	0.247458	0.325770	0.381126	0.375310	0.280588	0.125637	0.015114	0.000004	0.028425	0.035767	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.108406	0.161311	0.227708	0.300592	0.363172	0.388293	0.346864	0.231688	0.089068	0.007676	0.000046	0.028425	0.034289	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.104951	0.152220	0.211428	0.278267	0.341856	0.383357	0.378764	0.310201	0.186853	0.061920	0.003674	0.000161	0.028425	0.033267	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.059558	0.144691	0.197870	0.258877	0.320546	0.369782	0.388293	0.357574	0.270668	0.147978	0.042312	0.001625	0.000363	0.028425	0.032470	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.099591	0.138380	0.186457	0.242155	0.300592	0.352655	0.384755	0.380958	0.329194	0.231688	0.115509	0.028425	0.000646	0.000646	0.028425	0.031080	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.097469	0.133010	0.176777	0.227708	0.282485	0.334652	0.374184	0.388293	0.364552	0.297154	0.195399	0.089068	0.018755	0.000219	0.001000	0.028425	0.030925	0.030174	0.029842
0.069827	0.096217	0.128406	0.168485	0.215215	0.266291	0.215215	0.360226	0.385678	0.382435	0.341987	0.264065	0.162754	0.067917	0.012129	0.000058	0.001406	0.028425	0.030174	0.029842
0.069827	0.094025	0.124402	0.161311	0.204351	0.251884	0.300592	0.344956	0.377261	0.388293	0.369335	0.315624	0.231688	0.134221	0.051303	0.007676	0.000009	0.001856	0.028425	0.029811
0.069827	0.093264	0.121330	0.155049	0.194836	0.239087	0.285378	0.243693	0.365698	0.386317	0.002332	0.350994	0.287714	0.201196	0.109738	0.038366	0.004730	0.000000	0.002332	0.028425
0.069827	0.091335	0.117802	0.149549	0.186457	0.227708	0.271481	0.314661	0.352655	0.379472	0.388293	0.372768	0.329194	0.259367	0.173211	0.089068	0.028425	0.002829	0.002830	0.002829

**TABLE 4.5****Transition Probability Matrix with 0.05 Shift**

0.026341	0.000014	0.022254	0.031446	0.032219	0.032710	0.033814	0.034638	0.035694	0.037219	0.039033	0.040925	0.043914	0.047367	0.052839	0.060522	0.072223	0.094199	0.142421	0.024677
0.072224	0.026341	0.275160	0.142421	0.094199	0.072223	0.060522	0.052839	0.047367	0.043914	0.040925	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032779	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.026341	0.142421	0.094199	0.072223	0.060522	0.052839	0.047367	0.043914	0.040925	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032779	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.223792	0.026341	0.094199	0.072223	0.060522	0.052839	0.047367	0.043914	0.040925	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032779	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.385656	0.084230	0.026341	0.072223	0.060522	0.052839	0.047367	0.043914	0.040925	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032771	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.304349	0.385656	0.223995	0.006736	0.026341	0.052839	0.047367	0.043914	0.040925	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032771	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.262938	0.370979	0.351669	0.138542	0.001439	0.026341	0.047367	0.043914	0.040925	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032771	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.231719	0.336929	0.385656	0.289658	0.084230	0.000190	0.026341	0.043914	0.040925	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032771	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.208386	0.303795	0.377142	0.364094	0.223995	0.048020	0.000008	0.026341	0.040925	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032771	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.190446	0.275160	0.354190	0.385656	0.322289	0.166175	0.026341	0.026340	0.026341	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032771	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.176389	0.251369	0.328338	0.380580	0.370520	0.272933	0.119653	0.013867	0.000003	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032771	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.165146	0.231719	0.303795	0.364135	0.385656	0.340508	0.223995	0.084230	0.006971	0.039030	0.037218	0.035694	0.034638	0.033814	0.032771	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.155973	0.215466	0.281856	0.343865	0.382505	0.374294	0.302895	0.179600	0.058156	0.003301	0.037218	0.026341	0.034638	0.033814	0.032779	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.148367	0.201895	0.262694	0.323268	0.370300	0.385656	0.351669	0.262956	0.141441	0.039473	0.037218	0.000316	0.026341	0.033814	0.032779	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.141985	0.190446	0.246101	0.303795	0.354190	0.383674	0.376728	0.322289	0.223995	0.109811	0.037218	0.000567	0.000567	0.026341	0.032710	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.385656	0.136548	0.180718	0.231719	0.286012	0.336929	0.374350	0.385656	0.359013	0.289658	0.188030	0.084230	0.017265	0.000190	0.000882	0.026341	0.032254	0.031443	0.031043
0.072224	0.099175	0.131885	0.172374	0.219251	0.270031	0.219251	0.361363	0.384420	0.378390	0.335459	0.256330	0.155909	0.063896	0.011090	0.000049	0.001246	0.026341	0.031443	0.031043
0.072224	0.096941	0.127825	0.165146	0.208386	0.255761	0.303795	0.346838	0.377142	0.385656	0.364094	0.308417	0.223995	0.128012	0.048022	0.006971	0.000008	0.001651	0.026341	0.031043
0.072223	0.096165	0.124709	0.158828	0.198853	0.243050	0.288859	0.247629	0.366500	0.384917	0.002082	0.344798	0.280117	0.193757	0.104213	0.035732	0.004265	0.000000	0.002082	0.026341
0.072223	0.094199	0.121128	0.153276	0.190446	0.231719	0.275160	0.317541	0.354190	0.379121	0.385656	0.367773	0.322289	0.251623	0.166175	0.084230	0.026341	0.002533	0.002530	0.002533

**TABLE 4.6**

**Transition Probability Matrix with 0.1 Shift**

0.022584	0.000017	0.024250	0.034089	0.034913	0.035436	0.036613	0.037491	0.038614	0.040237	0.042165	0.044173	0.047343	0.050998	0.056777	0.064867	0.077139	0.100037	0.149682	0.028715
0.077387	0.022584	0.282210	0.149682	0.100037	0.077139	0.064867	0.056777	0.050998	0.047343	0.044173	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.379820	0.022584	0.149682	0.100037	0.077139	0.064867	0.056777	0.050998	0.047343	0.044173	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.310332	0.208828	0.022584	0.100037	0.077139	0.064867	0.056777	0.050998	0.047343	0.044173	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.239567	0.379820	0.075205	0.022584	0.077139	0.064867	0.056777	0.050998	0.047343	0.044173	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.173786	0.310332	0.379820	0.209029	0.005541	0.022584	0.056777	0.050998	0.047343	0.044173	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.156542	0.270298	0.371305	0.339600	0.126252	0.001133	0.022584	0.050998	0.047343	0.044173	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.143678	0.239567	0.340979	0.379820	0.274784	0.075205	0.000142	0.022584	0.047343	0.044173	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.134737	0.216346	0.309803	0.376297	0.353262	0.209029	0.042006	0.000005	0.022584	0.044173	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.127858	0.198360	0.282210	0.356702	0.379820	0.308411	0.152701	0.022584	0.002258	0.022584	0.042165	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.122427	0.184191	0.258958	0.332996	0.378876	0.360538	0.257826	0.108350	0.011652	0.000002	0.022584	0.040203	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.118023	0.172810	0.239567	0.309803	0.365475	0.379820	0.327611	0.209029	0.075205	0.005739	0.000028	0.022584	0.038611	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.114396	0.163495	0.223413	0.288704	0.347355	0.380192	0.364921	0.288329	0.165661	0.051217	0.002660	0.000103	0.022584	0.037491	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077387	0.066103	0.155750	0.209851	0.270059	0.328248	0.370738	0.379820	0.339600	0.247783	0.129012	0.034298	0.001137	0.000239	0.022584	0.036613	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077139	0.108755	0.149236	0.198360	0.253774	0.309803	0.356702	0.380905	0.367813	0.308411	0.209029	0.099083	0.022584	0.000435	0.000435	0.022584	0.035436	0.034913	0.034089	0.033635
0.077139	0.106518	0.143678	0.188561	0.239567	0.292723	0.340979	0.374078	0.379820	0.347624	0.274784	0.173835	0.075205	0.014606	0.000142	0.000686	0.022584	0.034913	0.034089	0.033635
0.077139	0.105197	0.138901	0.180131	0.227183	0.277220	0.227183	0.363059	0.381298	0.369828	0.322250	0.241142	0.142839	0.056464	0.009257	0.000035	0.000978	0.022584	0.034089	0.033635
0.077139	0.102881	0.134737	0.172810	0.216346	0.263270	0.309803	0.350066	0.376297	0.379820	0.353262	0.294015	0.209029	0.116253	0.042008	0.005739	0.000005	0.001305	0.022584	0.033635
0.077139	0.102077	0.131538	0.166398	0.206802	0.250767	0.295471	0.255279	0.367515	0.381515	0.001656	0.332195	0.265090	0.179403	0.093832	0.030944	0.003462	0.000000	0.001656	0.033635
0.077139	0.100037	0.127858	0.160751	0.198360	0.239567	0.282210	0.322855	0.356702	0.377808	0.379820	0.357404	0.308411	0.236437	0.152701	0.075205	0.022584	0.002026	0.002030	0.002026

**TABLE 4.7**

**Transition Probability Matrix with 0.2 Shift**

0.014057	0.000026	0.030989	0.042884	0.043869	0.044495	0.045900	0.046946	0.048282	0.050207	0.052488	0.054857	0.058580	0.062853	0.069563	0.078872	0.092814	0.118319	0.171596	0.042718
0.092811	0.014057	0.300668	0.171596	0.118319	0.092814	0.078872	0.069563	0.062853	0.058580	0.054857	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045914	0.044453	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.358315	0.014057	0.171596	0.118319	0.092814	0.078872	0.069563	0.062853	0.058580	0.054857	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.324893	0.167563	0.014057	0.118319	0.092814	0.078872	0.069563	0.062853	0.058580	0.054857	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.261438	0.358315	0.052862	0.014057	0.092814	0.078872	0.069563	0.062853	0.058580	0.054857	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.196534	0.324893	0.358315	0.167749	0.003044	0.014057	0.069563	0.062853	0.058580	0.054857	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.178754	0.289976	0.367646	0.302010	0.094352	0.000547	0.014057	0.062853	0.058580	0.054857	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.165291	0.261438	0.349015	0.358315	0.231665	0.052862	0.000058	0.014057	0.058580	0.054857	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.155833	0.239079	0.324453	0.369111	0.318640	0.167749	0.027766	0.000002	0.014057	0.054857	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.148499	0.221336	0.300668	0.359804	0.358315	0.266892	0.117009	0.014057	0.014060	0.014057	0.052488	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.142674	0.207113	0.279597	0.343040	0.369150	0.328034	0.214629	0.079451	0.006828	0.000001	0.014057	0.050207	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.137927	0.195536	0.261438	0.324453	0.364920	0.358315	0.288141	0.167749	0.052862	0.003163	0.000010	0.014057	0.048282	0.046946	0.045000	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.134002	0.185960	0.245951	0.306397	0.353574	0.368681	0.333970	0.245600	0.128383	0.034548	0.001375	0.000041	0.014057	0.046946	0.045900	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.080285	0.177930	0.232712	0.289760	0.339369	0.367416	0.358315	0.302010	0.204735	0.096681	0.022219	0.000549	0.000102	0.014057	0.045900	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.127869	0.171129	0.221336	0.274792	0.324453	0.359804	0.368068	0.338045	0.266892	0.167749	0.071882	0.014057	0.000195	0.000195	0.014057	0.045332	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.125426	0.165291	0.211523	0.261438	0.309905	0.349015	0.368607	0.358315	0.311646	0.231665	0.135648	0.052862	0.008734	0.000058	0.000318	0.014057	0.043869	0.042884	0.042380
0.092811	0.123981	0.160248	0.202999	0.249594	0.296217	0.249594	0.363606	0.367445	0.340984	0.282104	0.198266	0.108473	0.038478	0.005316	0.000013	0.000466	0.014057	0.042884	0.042380
0.092814	0.121444	0.155833	0.195536	0.239079	0.283566	0.324453	0.355444	0.369111	0.358315	0.318640	0.251546	0.167749	0.085985	0.027768	0.003163	0.000002	0.000637	0.014057	0.042398
0.092814	0.120561	0.152429	0.188953	0.229709	0.271987	0.312286	0.276191	0.365955	0.366855	0.000824	0.293380	0.221874	0.140638	0.067637	0.019846	0.001829	0.000000	0.000824	0.014057
0.092814	0.118319	0.148499	0.183122	0.221336	0.261438	0.300668	0.335109	0.359804	0.369236	0.358315	0.323928	0.266892	0.193717	0.117009	0.052862	0.014057	0.001024	0.001020	0.001024

**TABLE 4.8**

**Transition Probability Matrix with 0.5 Shift**

0.006131	0.000052	0.044830	0.060439	0.061710	0.062515	0.064317	0.065655	0.067359	0.069805	0.072688	0.075667	0.080316	0.085605	0.093817	0.105028	0.121454	0.150467	0.207156	0.096532
0.121438	0.006131	0.321246	0.207156	0.150467	0.121454	0.105028	0.093817	0.085605	0.080316	0.075667	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.312587	0.006131	0.207156	0.150467	0.121454	0.105028	0.093817	0.085605	0.080316	0.075667	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.337151	0.111614	0.006131	0.150467	0.121454	0.105028	0.093817	0.085605	0.080316	0.075667	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.290738	0.312587	0.028240	0.006131	0.121454	0.105028	0.093817	0.085605	0.080316	0.075667	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.231936	0.337151	0.312587	0.111767	0.001079	0.006131	0.093817	0.085605	0.080316	0.075667	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.214384	0.313417	0.347659	0.238783	0.055826	0.000156	0.006131	0.085605	0.080316	0.075667	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.200713	0.290738	0.348818	0.312587	0.167572	0.028240	0.000013	0.006131	0.080316	0.075667	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.190915	0.271490	0.336890	0.343634	0.257948	0.111767	0.013390	0.000000	0.006131	0.075667	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.183207	0.255433	0.321246	0.350935	0.312587	0.201638	0.072179	0.006131	0.006130	0.006131	0.072688	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.177018	0.242102	0.305444	0.346536	0.339839	0.269418	0.152003	0.045546	0.002694	0.000000	0.006131	0.069805	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.171928	0.230966	0.290738	0.336890	0.349938	0.312587	0.223655	0.111767	0.028240	0.001126	0.000002	0.006131	0.067359	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.167688	0.221567	0.277529	0.325260	0.350122	0.336737	0.276980	0.180726	0.080701	0.017232	0.000440	0.000009	0.006131	0.065655	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.106712	0.213556	0.265804	0.313254	0.344893	0.347967	0.312587	0.238783	0.143203	0.057468	0.010361	0.000157	0.000024	0.006131	0.064318	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.161007	0.206681	0.255433	0.301641	0.336890	0.350935	0.334201	0.282346	0.201638	0.111767	0.040477	0.006131	0.000049	0.000049	0.006131	0.062515	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.158328	0.200713	0.246278	0.290738	0.327648	0.348818	0.345776	0.312587	0.249732	0.167572	0.086252	0.028240	0.003564	0.000013	0.000085	0.006131	0.061706	0.060439	0.059826
0.121438	0.156737	0.195509	0.238174	0.280687	0.318038	0.280687	0.350440	0.332123	0.286319	0.217267	0.137541	0.065919	0.019521	0.002027	0.000002	0.000130	0.006131	0.060439	0.059811
0.121438	0.153935	0.190915	0.230966	0.271490	0.308533	0.336890	0.350509	0.343634	0.312587	0.257948	0.186463	0.111767	0.050005	0.013390	0.001126	0.000000	0.000185	0.006131	0.059812
0.121454	0.152957	0.187350	0.224523	0.263092	0.299391	0.329237	0.302755	0.349337	0.330391	0.000247	0.229290	0.158559	0.090112	0.037683	0.009101	0.000607	0.000000	0.000247	0.006131
0.121454	0.150467	0.183207	0.218749	0.255433	0.290738	0.321246	0.342801	0.350935	0.341654	0.312587	0.264337	0.201638	0.133602	0.072179	0.028240	0.006131	0.000316	0.000320	0.000316

**TABLE 4.9**

**Transition Probability Matrix with 1 Shift**

0.00613	5.2E-05	0.04483	0.06044	0.06171	0.06251	0.06432	0.06565	0.06736	0.0698	0.07269	0.07567	0.08032	0.08561	0.09382	0.10503	0.12145	0.15047	0.20716	0.09653
0.12145	0.00613	0.32125	0.20716	0.15047	0.12145	0.10503	0.09382	0.08561	0.08032	0.07567	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.31259	0.00613	0.20716	0.15047	0.12145	0.10503	0.09382	0.08561	0.08032	0.07567	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.33715	0.11161	0.00613	0.15047	0.12145	0.10503	0.09382	0.08561	0.08032	0.07567	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.29074	0.31259	0.02824	0.00613	0.12145	0.10503	0.09382	0.08561	0.08032	0.07567	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.23194	0.33715	0.31259	0.11177	0.00108	0.00613	0.09382	0.08561	0.08032	0.07567	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.21438	0.31342	0.34766	0.23878	0.05583	0.00016	0.00613	0.08561	0.08032	0.07567	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.20071	0.29074	0.34882	0.31259	0.16757	0.02824	1.3E-05	0.00613	0.08032	0.07567	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.19092	0.27149	0.33689	0.34363	0.25795	0.11177	0.01339	2.5E-07	0.00613	0.07567	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.18321	0.25543	0.32125	0.35093	0.31259	0.20164	0.07218	0.00613	0.00613	0.07269	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981	0.05981
0.12145	0.17702	0.2421	0.30544	0.34654	0.33984	0.26942	0.152	0.04555	0.00269	9.4E-08	0.00613	0.0698	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.17193	0.23097	0.29074	0.33689	0.34994	0.31259	0.22365	0.11177	0.02824	0.00113	1.8E-06	0.00613	0.06736	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.16769	0.22157	0.27753	0.32526	0.35012	0.33674	0.27698	0.18073	0.0807	0.01723	0.00044	8.6E-06	0.00613	0.06565	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.10671	0.21356	0.2658	0.31325	0.34489	0.34797	0.31259	0.23878	0.1432	0.05747	0.01036	0.00016	2.4E-05	0.00613	0.06432	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.16101	0.20668	0.25543	0.30164	0.33689	0.35093	0.3342	0.28235	0.20164	0.11177	0.04048	0.00613	4.9E-05	4.9E-05	0.00613	0.06251	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.15833	0.20071	0.24628	0.29074	0.32765	0.34882	0.34578	0.31259	0.24973	0.16757	0.08625	0.02824	0.00356	1.3E-05	8.5E-05	0.00613	0.06171	0.06044	0.05981
0.12145	0.15674	0.19551	0.23817	0.28069	0.31804	0.28069	0.35044	0.33212	0.28632	0.21727	0.13754	0.06592	0.01952	0.00203	2.4E-06	0.00013	0.00613	0.06044	0.05981
0.12145	0.15393	0.19092	0.23097	0.27149	0.30853	0.33689	0.35051	0.34363	0.31259	0.25795	0.18646	0.11177	0.05001	0.01339	0.00113	2.5E-07	0.00019	0.00613	0.05981
0.12145	0.15296	0.18735	0.22452	0.26309	0.29939	0.32924	0.30276	0.34934	0.33039	0.00025	0.22929	0.15856	0.09011	0.03768	0.0091	0.00061	6.4E-09	0.00025	0.00613
0.12145	0.15047	0.18321	0.21875	0.25543	0.29074	0.32125	0.3428	0.35093	0.34165	0.31259	0.26434	0.20164	0.1336	0.07218	0.02824	0.00613	0.00032	0.00032	0.00032

**TABLE 4.10****Signaling Table ( Product of 0 Shift and 0.01 Shift****Signal 0.00292**

0.053991	0.132428	0.173236	0.162709	0.181136	0.168461	0.150164	0.135949	0.121860	0.105359	0.074318	0.068472	0.052840	0.040112	0.031212	0.026192	0.024185	0.024704	0.026500	0.023515
0.073234	0.230345	0.190240	0.201993	0.207653	0.189353	0.168196	0.152216	0.136680	0.119210	0.087538	0.080448	0.064015	0.050761	0.041778	0.036890	0.035175	0.036340	0.039648	0.032328
0.081146	0.148761	0.279367	0.218628	0.218543	0.197655	0.175128	0.158253	0.142081	0.124210	0.092193	0.084884	0.068241	0.054812	0.045706	0.040724	0.038881	0.039990	0.043209	0.035846
0.081866	0.196298	0.235872	0.231075	0.219533	0.198410	0.175759	0.158802	0.142572	0.124665	0.092616	0.085287	0.068626	0.055180	0.046064	0.041073	0.039219	0.040322	0.043533	0.036166
0.087194	0.259158	0.213238	0.238019	0.230214	0.204000	0.180427	0.162868	0.146210	0.128033	0.095751	0.088274	0.071472	0.057908	0.048709	0.043655	0.041715	0.042780	0.045931	0.038536
0.104034	0.342827	0.321241	0.212646	0.225243	0.222941	0.197996	0.176097	0.157549	0.138508	0.105676	0.097560	0.080341	0.066444	0.057030	0.051810	0.049616	0.050564	0.053524	0.046023
0.113038	0.363416	0.390153	0.254954	0.238653	0.217081	0.203075	0.184397	0.163940	0.144199	0.110973	0.102608	0.085151	0.071053	0.061501	0.056173	0.053835	0.054718	0.057577	0.050028
0.122522	0.377390	0.447243	0.330319	0.285585	0.214458	0.198847	0.191342	0.171398	0.150325	0.116552	0.107925	0.090217	0.075908	0.066210	0.060769	0.058278	0.059093	0.061846	0.054245
0.132084	0.388435	0.492710	0.411024	0.355036	0.232894	0.191159	0.191812	0.178680	0.156774	0.122249	0.113286	0.095324	0.080803	0.070958	0.065402	0.062757	0.063504	0.066149	0.058497
0.143779	0.402064	0.535626	0.495542	0.446791	0.289294	0.203762	0.191281	0.183023	0.164033	0.129401	0.119882	0.101571	0.086790	0.076765	0.071069	0.068236	0.068899	0.071413	0.063697
0.151644	0.408442	0.561359	0.555656	0.519660	0.342637	0.215415	0.180948	0.178958	0.168588	0.135447	0.124651	0.105793	0.090816	0.080670	0.074880	0.071921	0.072528	0.074953	0.067195
0.161601	0.418407	0.588343	0.615736	0.600845	0.421315	0.259235	0.187480	0.172888	0.170621	0.141224	0.131408	0.111351	0.095922	0.085614	0.079705	0.076585	0.077121	0.079435	0.071622
0.171348	0.428188	0.611494	0.667486	0.675862	0.505131	0.320146	0.209726	0.169599	0.167110	0.141615	0.136615	0.117392	0.101120	0.090609	0.084573	0.081156	0.081625	0.083829	0.075963
0.178805	0.438450	0.621654	0.707911	0.742010	0.588749	0.393554	0.250235	0.177713	0.163284	0.137094	0.138399	0.122160	0.105959	0.094390	0.088187	0.084652	0.085067	0.087187	0.079281
0.191590	0.450160	0.652201	0.754137	0.809174	0.676075	0.479832	0.311366	0.204973	0.168329	0.133480	0.139027	0.127976	0.113537	0.101779	0.094468	0.090677	0.090998	0.092975	0.085014
0.201744	0.459902	0.670128	0.790166	0.866553	0.756669	0.567470	0.383295	0.246521	0.181936	0.130673	0.134799	0.128654	0.118412	0.107786	0.100307	0.095451	0.095730	0.097591	0.089574
0.205393	0.453796	0.660741	0.784367	0.880941	0.816716	0.658488	0.460916	0.298216	0.204508	0.130867	0.126574	0.122257	0.117010	0.109749	0.103005	0.097982	0.097379	0.099257	0.091218
0.222388	0.476279	0.702712	0.851482	0.965129	0.902693	0.745375	0.550078	0.371101	0.249419	0.148713	0.129418	0.121213	0.119004	0.116019	0.111643	0.106773	0.105918	0.106776	0.098742
0.202583	0.430885	0.633418	0.755225	0.848982	0.794175	0.673540	0.529740	0.394592	0.292581	0.182424	0.120077	0.100947	0.099083	0.100560	0.100522	0.098012	0.097568	0.098493	0.089771
0.524201	1.354279	1.738884	1.676137	1.661358	1.329097	0.989594	0.724122	0.527165	0.418068	0.334532	0.305042	0.293445	0.289195	0.289724	0.292399	0.295547	0.311983	0.350568	0.239760

**TABLE 4.11**

**Signaling Table ( Product of 0.01 Shift and 0.02 Shift**

**Signal 0.00311**

0.056691	0.098504	0.133283	0.162580	0.193550	0.208848	0.209520	0.205177	0.208416	0.191880	0.112967	0.132455	0.097389	0.067713	0.038956	0.023932	0.018866	0.020178	0.024024	0.024053
0.077241	0.231411	0.190683	0.203074	0.208579	0.190221	0.168914	0.152982	0.137571	0.120332	0.089109	0.082376	0.066183	0.055066	0.043353	0.037863	0.035544	0.036484	0.039673	0.032963
0.085657	0.149724	0.280574	0.219886	0.219607	0.198637	0.175947	0.159110	0.143056	0.125412	0.093838	0.086884	0.070478	0.059181	0.047346	0.041760	0.039314	0.040195	0.043295	0.036589
0.086423	0.197007	0.237076	0.232594	0.220610	0.199403	0.176587	0.159668	0.143555	0.125874	0.094268	0.087294	0.070869	0.059555	0.047710	0.042115	0.039656	0.040533	0.043624	0.036918
0.092091	0.259780	0.214047	0.239709	0.231501	0.205071	0.181323	0.163795	0.147249	0.129295	0.097453	0.090330	0.073762	0.062327	0.050399	0.044740	0.042194	0.043032	0.046063	0.039360
0.110039	0.344252	0.320841	0.213533	0.226835	0.224539	0.199371	0.177377	0.158944	0.140127	0.107538	0.099942	0.082922	0.071101	0.058916	0.053051	0.050228	0.050947	0.053785	0.047111
0.119617	0.365223	0.389831	0.255358	0.239675	0.218809	0.204395	0.185843	0.165460	0.145907	0.112920	0.105072	0.087810	0.075784	0.063461	0.057487	0.054516	0.055170	0.057907	0.051213
0.129706	0.379542	0.447303	0.330471	0.285824	0.215958	0.200080	0.192796	0.173075	0.152149	0.118589	0.110475	0.092959	0.080716	0.068249	0.062159	0.059033	0.059619	0.062247	0.055509
0.139877	0.390891	0.493246	0.411164	0.354596	0.233812	0.192261	0.193197	0.180409	0.158756	0.124391	0.115923	0.098150	0.085689	0.073075	0.066869	0.063586	0.064104	0.066624	0.059834
0.152318	0.404836	0.536704	0.495896	0.445915	0.289432	0.204436	0.192509	0.184677	0.166093	0.131657	0.122635	0.104499	0.091771	0.078979	0.072630	0.069156	0.069590	0.071977	0.065128
0.160684	0.411427	0.562863	0.556247	0.518540	0.342075	0.215594	0.182080	0.180596	0.170641	0.137823	0.127524	0.108797	0.095862	0.082949	0.076505	0.072901	0.073280	0.075576	0.068684
0.171276	0.421630	0.590295	0.616683	0.599707	0.420167	0.258711	0.188220	0.174435	0.172572	0.143607	0.134380	0.114489	0.101040	0.087975	0.081410	0.077643	0.077950	0.080134	0.073193
0.181974	0.432072	0.614457	0.669620	0.675890	0.504858	0.320437	0.211592	0.172698	0.170619	0.145372	0.140546	0.121062	0.106270	0.093058	0.086364	0.082432	0.082668	0.084737	0.077750
0.189908	0.442596	0.624940	0.710391	0.742239	0.588209	0.393178	0.251358	0.180342	0.166544	0.140790	0.142289	0.125850	0.110149	0.096945	0.090041	0.085984	0.086166	0.088150	0.081117
0.203687	0.454433	0.655932	0.757122	0.809796	0.675516	0.478979	0.311797	0.206980	0.171215	0.137261	0.142888	0.131693	0.116996	0.104572	0.096644	0.092343	0.092505	0.094504	0.087034
0.214595	0.464370	0.674204	0.793565	0.867566	0.756197	0.566287	0.383062	0.247838	0.184343	0.134285	0.138631	0.132367	0.122754	0.110651	0.102583	0.097237	0.097315	0.099198	0.091686
0.218519	0.458291	0.664975	0.788132	0.882606	0.816708	0.657110	0.460203	0.298734	0.206234	0.134091	0.130241	0.125890	0.123706	0.112576	0.105292	0.099796	0.099010	0.100853	0.093353
0.236511	0.481093	0.707417	0.855670	0.966997	0.902685	0.743943	0.548832	0.370999	0.250525	0.151537	0.132938	0.124857	0.129634	0.118910	0.114024	0.108720	0.107698	0.108540	0.101026
0.215327	0.435430	0.637908	0.759393	0.851332	0.795275	0.673621	0.530003	0.395642	0.293912	0.185373	0.124332	0.104894	0.114447	0.103579	0.102869	0.099834	0.099202	0.100125	0.091903
0.258626	0.497929	0.737680	0.907421	1.049162	1.028887	0.904439	0.728706	0.531586	0.368242	0.227900	0.154844	0.122154	0.129912	0.115819	0.118640	0.118346	0.118926	0.119468	0.111114



**TABLE 4.12**

**Signaling Table (Product of 0.02 Shift and 0.05 Shift)**

**Signal 0.00301**

0.058642	0.101500	0.136736	0.166497	0.197614	0.212756	0.212925	0.208082	0.210652	0.193347	0.113489	0.132673	0.097275	0.064340	0.038959	0.024199	0.019177	0.020705	0.024553	0.024597
0.079718	0.234899	0.193317	0.206961	0.212432	0.193744	0.171812	0.155522	0.139749	0.122134	0.090528	0.083710	0.067387	0.053978	0.044541	0.039133	0.036609	0.038001	0.041426	0.033954
0.088136	0.152143	0.284252	0.223694	0.223441	0.202160	0.178852	0.161660	0.145246	0.127227	0.095271	0.088232	0.071698	0.058111	0.048551	0.043047	0.040356	0.041729	0.045065	0.037551
0.088758	0.197522	0.240776	0.236732	0.224255	0.202782	0.179373	0.162114	0.145652	0.127603	0.095621	0.088567	0.072016	0.058416	0.048847	0.043336	0.040633	0.042005	0.045334	0.037817
0.094494	0.260205	0.216253	0.244235	0.235527	0.208519	0.184172	0.166299	0.149399	0.131075	0.098855	0.091650	0.074955	0.061234	0.051581	0.046004	0.043186	0.044546	0.047812	0.040269
0.112663	0.346038	0.319721	0.215751	0.230471	0.228365	0.202691	0.180103	0.161192	0.141988	0.109010	0.101331	0.084189	0.070100	0.060202	0.054439	0.051274	0.052599	0.055670	0.048040
0.122372	0.367745	0.388533	0.255808	0.241719	0.222600	0.207555	0.188832	0.167879	0.147863	0.114483	0.106548	0.089162	0.074867	0.064827	0.058953	0.055595	0.056899	0.059865	0.052189
0.132606	0.382713	0.446516	0.329643	0.285775	0.218948	0.202933	0.195755	0.175748	0.154263	0.120251	0.112048	0.094404	0.079893	0.069703	0.063712	0.060150	0.061431	0.064288	0.056563
0.142929	0.394599	0.493218	0.409754	0.352671	0.235200	0.194603	0.195921	0.183133	0.161082	0.126196	0.117596	0.099692	0.084962	0.074622	0.068512	0.064745	0.066004	0.068749	0.060975
0.155510	0.408960	0.537401	0.494258	0.442322	0.288413	0.205305	0.194633	0.187164	0.168520	0.133630	0.124435	0.106136	0.091140	0.080615	0.074362	0.070345	0.071575	0.074185	0.066351
0.164060	0.416003	0.564463	0.555086	0.514400	0.339477	0.215278	0.183875	0.182932	0.172993	0.139989	0.129559	0.110566	0.095339	0.084689	0.078338	0.074150	0.075362	0.077880	0.070005
0.174820	0.426573	0.592659	0.616034	0.595204	0.415891	0.256459	0.188880	0.176403	0.174612	0.145726	0.136556	0.116479	0.100653	0.089815	0.083341	0.078939	0.080127	0.082529	0.074604
0.185948	0.437637	0.618073	0.670342	0.672360	0.500514	0.317588	0.212079	0.175261	0.173273	0.147914	0.142881	0.123204	0.106291	0.095117	0.088516	0.083892	0.085056	0.087338	0.079359
0.196019	0.450246	0.633269	0.717477	0.746486	0.592351	0.399315	0.261261	0.192132	0.176508	0.147459	0.145724	0.128031	0.111318	0.100003	0.093210	0.088375	0.089516	0.091690	0.083663
0.209934	0.462319	0.664956	0.764911	0.814446	0.679087	0.483479	0.319545	0.216983	0.180126	0.143521	0.146107	0.133722	0.118994	0.107644	0.099859	0.094574	0.095679	0.097704	0.089610
0.218732	0.470605	0.679065	0.795603	0.864354	0.749145	0.557686	0.376206	0.244243	0.183102	0.135139	0.140273	0.134248	0.123847	0.112884	0.104883	0.098592	0.099578	0.101505	0.093370
0.222728	0.464651	0.670255	0.791019	0.880621	0.810272	0.647638	0.451835	0.293075	0.203294	0.133954	0.131451	0.127577	0.122250	0.114755	0.107647	0.101224	0.101430	0.103232	0.095078
0.241030	0.487903	0.713355	0.859168	0.965295	0.896165	0.734045	0.539123	0.363570	0.245901	0.150804	0.133660	0.126450	0.124330	0.121146	0.116492	0.110247	0.110330	0.111175	0.102894
0.219465	0.441741	0.643521	0.762988	0.850505	0.790315	0.665350	0.521149	0.388009	0.287446	0.182444	0.124401	0.105572	0.104093	0.105353	0.104960	0.101194	0.101659	0.102610	0.093708
0.263567	0.505278	0.744645	0.912368	1.049187	1.023638	0.894722	0.717272	0.521075	0.360016	0.223667	0.153561	0.122879	0.115763	0.118094	0.121184	0.119915	0.121776	0.122379	0.113277

**TABLE 4.13**

**Signaling Table (Product of 0.05 Shift and 0.1 Shift)**

**Signal 0.00297**

0.061879	0.233237	0.142271	0.172725	0.203977	0.218795	0.218097	0.212411	0.213836	0.195284	0.114045	0.134708	0.101037	0.063931	0.038918	0.024639	0.020116	0.021617	0.025463	0.025676
0.083582	0.391007	0.197175	0.212757	0.218044	0.198760	0.175786	0.158833	0.142432	0.124201	0.092036	0.087084	0.072019	0.055336	0.046064	0.040862	0.038882	0.040092	0.043625	0.035865
0.092018	0.306750	0.289793	0.229393	0.229047	0.207195	0.182854	0.165005	0.147964	0.129329	0.096817	0.091642	0.076366	0.059505	0.050109	0.044812	0.042711	0.043860	0.047298	0.039492
0.092418	0.340194	0.246462	0.242995	0.229569	0.207595	0.183189	0.165297	0.148226	0.129572	0.097043	0.091858	0.076572	0.059703	0.050301	0.044999	0.042892	0.044039	0.047472	0.039663
0.098275	0.397859	0.219692	0.251166	0.241476	0.213452	0.188097	0.169582	0.152067	0.133133	0.100362	0.095023	0.079590	0.062597	0.053110	0.047741	0.045551	0.046654	0.050022	0.042181
0.116874	0.520687	0.317865	0.219247	0.236120	0.234149	0.207588	0.183984	0.164265	0.144442	0.110901	0.105074	0.089174	0.071789	0.062030	0.056449	0.053991	0.054960	0.058119	0.050175
0.126808	0.579771	0.386316	0.256536	0.244932	0.228401	0.212259	0.193147	0.171254	0.150482	0.116530	0.110442	0.094293	0.076698	0.066795	0.061100	0.058498	0.059397	0.062444	0.054445
0.137294	0.640236	0.445064	0.328323	0.285703	0.223573	0.207201	0.200069	0.179538	0.157160	0.122472	0.116109	0.099697	0.081881	0.071824	0.066009	0.063255	0.064080	0.067009	0.058952
0.147880	0.699857	0.492952	0.407461	0.349599	0.237367	0.198122	0.199914	0.187043	0.164339	0.128672	0.121829	0.105152	0.087112	0.076901	0.070965	0.068058	0.068807	0.071618	0.063502
0.160710	0.770736	0.538309	0.491575	0.436578	0.286850	0.206609	0.197754	0.190758	0.171970	0.136389	0.128763	0.111764	0.093453	0.083054	0.076972	0.073880	0.074537	0.077203	0.069017
0.169566	0.819894	0.566801	0.553088	0.507677	0.335365	0.214736	0.186509	0.186323	0.176367	0.143074	0.133549	0.116328	0.097830	0.087301	0.081119	0.077898	0.078492	0.081059	0.072824
0.180614	0.880397	0.596232	0.614819	0.587828	0.409080	0.252894	0.189793	0.179264	0.177551	0.148779	0.139781	0.122021	0.103358	0.092600	0.086291	0.082910	0.083426	0.085869	0.077572
0.191776	0.941237	0.622268	0.669379	0.663967	0.490446	0.309534	0.209060	0.175694	0.174636	0.150258	0.146820	0.127773	0.109346	0.098001	0.091517	0.087974	0.088410	0.090728	0.082370
0.199953	1.001210	0.633992	0.711575	0.730717	0.571334	0.377423	0.243755	0.180136	0.168978	0.145153	0.150832	0.131986	0.114537	0.102321	0.095381	0.091684	0.092062	0.094288	0.085884
0.214328	1.063589	0.667041	0.760449	0.799646	0.657514	0.459412	0.299132	0.202697	0.171406	0.140934	0.155074	0.139204	0.122431	0.110299	0.102453	0.098235	0.098482	0.100547	0.092063
0.225739	1.126042	0.686876	0.798840	0.859047	0.737881	0.544138	0.365620	0.238848	0.181394	0.136676	0.154388	0.143480	0.127308	0.116643	0.108791	0.103673	0.103594	0.105514	0.096968
0.229844	1.156873	0.678745	0.795615	0.877252	0.799912	0.632630	0.438797	0.284412	0.198936	0.133966	0.148153	0.141877	0.125514	0.118433	0.111634	0.106476	0.105663	0.107314	0.098732
0.248629	1.266555	0.722856	0.864643	0.962214	0.885460	0.718110	0.523683	0.351883	0.238688	0.149634	0.151773	0.146354	0.127516	0.124847	0.120641	0.115914	0.114931	0.115680	0.106816
0.226489	1.155749	0.652581	0.768738	0.849000	0.782335	0.652288	0.507412	0.376351	0.277710	0.178290	0.138638	0.129868	0.106601	0.108491	0.108599	0.106333	0.105955	0.106857	0.097462
0.271951	1.398907	0.755961	0.920337	1.049029	1.015087	0.879179	0.699261	0.504765	0.347480	0.217460	0.171445	0.151844	0.118940	0.122050	0.125574	0.125942	0.126776	0.127360	0.117730

**TABLE 4.14****Signaling Table (Product of 0.1 Shift and 0.2 Shift)****Signal 0.0033**

0.068440	0.115705	0.152656	0.184226	0.215395	0.229358	0.226855	0.219450	0.218498	0.196834	0.114222	0.131750	0.095368	0.062794	0.038746	0.025539	0.021675	0.023453	0.027383	0.029512
0.091648	0.250171	0.204268	0.223581	0.228345	0.207986	0.183007	0.164992	0.147481	0.127295	0.095165	0.088041	0.071414	0.058177	0.049223	0.044421	0.042702	0.044250	0.048098	0.040238
0.100199	0.163779	0.300050	0.240121	0.239399	0.216510	0.190175	0.171266	0.153116	0.132526	0.100046	0.092700	0.075857	0.062444	0.053366	0.048466	0.046617	0.048108	0.051865	0.043954
0.106496	0.202752	0.280269	0.267054	0.247539	0.222787	0.195453	0.175886	0.157266	0.136378	0.103641	0.096131	0.079128	0.065585	0.056417	0.051446	0.049501	0.050949	0.054638	0.046691
0.118250	0.265939	0.270238	0.287485	0.267988	0.234501	0.205305	0.184507	0.165009	0.143566	0.110348	0.102533	0.085233	0.071450	0.062111	0.057007	0.054883	0.056252	0.059816	0.051800
0.142867	0.359219	0.376860	0.259422	0.269176	0.262050	0.230887	0.203737	0.181232	0.158626	0.124400	0.115946	0.098022	0.083732	0.074037	0.068654	0.066156	0.067358	0.070660	0.062499
0.154630	0.384722	0.449177	0.294275	0.275479	0.257877	0.236486	0.214719	0.189736	0.165822	0.131114	0.122355	0.104133	0.089601	0.079736	0.074219	0.071542	0.072664	0.075841	0.067612
0.166659	0.403072	0.512731	0.364095	0.311575	0.252140	0.231602	0.222505	0.199479	0.173702	0.137980	0.128910	0.110382	0.095603	0.085564	0.079910	0.077050	0.078091	0.081140	0.072840
0.178511	0.417780	0.565205	0.442574	0.370747	0.262351	0.221899	0.222416	0.207772	0.182396	0.145125	0.135367	0.116539	0.101516	0.091305	0.085517	0.082477	0.083438	0.086361	0.077991
0.192458	0.434453	0.614679	0.526872	0.453388	0.305761	0.227119	0.219275	0.211427	0.190798	0.153730	0.143252	0.123785	0.108475	0.098062	0.092116	0.088864	0.089730	0.092505	0.084053
0.203348	0.445298	0.649473	0.593237	0.526778	0.354491	0.237118	0.211699	0.209655	0.196652	0.161379	0.149701	0.129442	0.113908	0.103338	0.097268	0.093850	0.094643	0.097301	0.088786
0.218245	0.462179	0.688785	0.665667	0.617184	0.436828	0.284273	0.224893	0.210632	0.199761	0.168055	0.157681	0.137181	0.121341	0.110555	0.104316	0.100672	0.101364	0.103864	0.095261
0.229341	0.473490	0.715588	0.719021	0.688832	0.509312	0.330604	0.236806	0.204844	0.195601	0.170651	0.164305	0.143942	0.127236	0.116070	0.109566	0.105753	0.106369	0.108751	0.100083
0.241375	0.487013	0.741721	0.769413	0.760038	0.590218	0.395424	0.268128	0.207948	0.188650	0.167075	0.167439	0.150718	0.134554	0.122594	0.115375	0.111262	0.111798	0.114052	0.105313
0.251617	0.496652	0.761673	0.809153	0.819181	0.663141	0.460936	0.306601	0.217061	0.181683	0.159315	0.165967	0.154971	0.140813	0.128784	0.120849	0.116047	0.116415	0.118559	0.109761
0.263010	0.507219	0.782154	0.847552	0.877216	0.739065	0.538274	0.363579	0.244839	0.185719	0.153158	0.160960	0.155432	0.145611	0.135196	0.127389	0.121807	0.121630	0.123574	0.114709
0.245294	0.495446	0.694865	0.804225	0.870469	0.780549	0.605350	0.415920	0.269900	0.184668	0.135236	0.138359	0.136531	0.132528	0.126225	0.119982	0.114777	0.114144	0.115836	0.107007
0.265187	0.520867	0.741048	0.874970	0.955932	0.865387	0.689029	0.496344	0.332046	0.219436	0.149014	0.138319	0.134863	0.134670	0.132917	0.129465	0.124879	0.124143	0.125050	0.115655
0.241713	0.472338	0.669738	0.779383	0.845507	0.767183	0.628353	0.483043	0.356262	0.253603	0.172227	0.127257	0.110674	0.112309	0.115379	0.116396	0.114515	0.114564	0.115673	0.105607
0.290096	0.541200	0.777632	0.935289	1.047965	0.998501	0.850071	0.666453	0.475866	0.318305	0.207676	0.150601	0.128481	0.125981	0.130532	0.134881	0.135501	0.136814	0.137717	0.127400

**TABLE 4.15****Signaling Table (Product of 0.2 Shift and 0.5 Shift)****Signal 0.00682**

0.087891	0.141690	0.180054	0.213225	0.242101	0.252322	0.244117	0.231550	0.223177	0.196296	0.110301	0.124367	0.088482	0.058619	0.038473	0.028480	0.027435	0.029644	0.033957	0.035528
0.115150	0.274056	0.220986	0.250008	0.251988	0.228617	0.198405	0.177611	0.157373	0.135927	0.102076	0.094846	0.078828	0.066722	0.059256	0.055055	0.056022	0.057568	0.062134	0.053034
0.124210	0.186050	0.324745	0.266758	0.263537	0.237676	0.206103	0.184401	0.163508	0.141645	0.107430	0.099969	0.083729	0.071435	0.063838	0.059774	0.060133	0.061850	0.066319	0.057170
0.123250	0.210514	0.285174	0.285006	0.262313	0.236716	0.205287	0.183682	0.162858	0.141039	0.106863	0.099426	0.083209	0.070936	0.063353	0.059245	0.059725	0.061396	0.065876	0.056732
0.130247	0.267635	0.247365	0.298850	0.279309	0.243714	0.211234	0.188926	0.167597	0.145456	0.110999	0.103384	0.086995	0.074576	0.066892	0.062573	0.063205	0.064704	0.069109	0.059927
0.152699	0.367893	0.308936	0.248576	0.277187	0.272529	0.238266	0.208101	0.182801	0.159627	0.124269	0.116081	0.099140	0.086256	0.078249	0.073399	0.074229	0.075316	0.079483	0.070180
0.164750	0.398914	0.372605	0.268962	0.272757	0.268964	0.243253	0.220701	0.192631	0.167234	0.131392	0.122896	0.105659	0.092525	0.084344	0.079226	0.080131	0.081013	0.085051	0.075682
0.177563	0.422678	0.434711	0.326583	0.293333	0.259024	0.236770	0.228940	0.204188	0.176585	0.138965	0.130142	0.112590	0.099190	0.090825	0.085427	0.086400	0.087068	0.090971	0.081533
0.190553	0.442252	0.489580	0.397601	0.337128	0.259316	0.224491	0.228108	0.213570	0.186892	0.147653	0.137489	0.119618	0.105948	0.097396	0.091717	0.092753	0.093209	0.096974	0.087465
0.204034	0.460325	0.538429	0.471777	0.398394	0.279672	0.216368	0.219961	0.216512	0.196418	0.157635	0.145942	0.126910	0.112961	0.104215	0.098247	0.099343	0.099581	0.103202	0.093620
0.217282	0.476765	0.580577	0.541568	0.467181	0.317977	0.219162	0.208996	0.212077	0.201824	0.167333	0.155330	0.134785	0.119853	0.110916	0.104665	0.105819	0.105843	0.109324	0.099670
0.230934	0.493083	0.618654	0.607152	0.540553	0.373014	0.239223	0.203358	0.202997	0.201731	0.174018	0.164914	0.143869	0.127557	0.117821	0.111265	0.112491	0.112296	0.115632	0.105904
0.244737	0.509944	0.653022	0.667325	0.613994	0.439019	0.276111	0.208668	0.194216	0.196605	0.175641	0.172468	0.153164	0.136280	0.125330	0.117919	0.119236	0.118820	0.122009	0.112207
0.254455	0.526313	0.670784	0.714515	0.679946	0.507302	0.323847	0.224766	0.188193	0.186293	0.169493	0.173648	0.158874	0.143093	0.131677	0.123029	0.124025	0.123413	0.126499	0.116644
0.272650	0.542683	0.713288	0.772436	0.753249	0.586947	0.389775	0.261485	0.197570	0.182662	0.164615	0.174753	0.166040	0.153420	0.142552	0.133203	0.133292	0.131986	0.134865	0.124943
0.286761	0.557663	0.740274	0.818473	0.817473	0.663033	0.461142	0.308234	0.216264	0.181969	0.156583	0.169465	0.166831	0.159284	0.150799	0.141669	0.141447	0.139039	0.141385	0.131387
0.291888	0.553662	0.737398	0.824899	0.848166	0.728688	0.537993	0.364368	0.241276	0.184086	0.145754	0.156803	0.158661	0.156954	0.152756	0.145487	0.145502	0.142639	0.144110	0.133728
0.315146	0.583708	0.789608	0.899945	0.934003	0.810510	0.615564	0.432357	0.290341	0.208062	0.155309	0.154758	0.157340	0.160251	0.160966	0.156830	0.158194	0.155086	0.155953	0.144673
0.288729	0.531387	0.716604	0.806944	0.833436	0.728094	0.571334	0.430111	0.317081	0.234132	0.170321	0.144854	0.130370	0.136043	0.141370	0.141824	0.145318	0.143471	0.144665	0.133203
0.344932	0.610176	0.836334	0.972715	1.038777	0.950217	0.773059	0.585537	0.409633	0.281664	0.192889	0.156365	0.147413	0.151795	0.160053	0.164161	0.171409	0.170717	0.171883	0.160164

**TABLE 4.16****Signaling Table (Product of 0.5 Shift and 1 Shift)****Signal 0.001604**

0.140502	0.209275	0.250994	0.286856	0.310631	0.312124	0.291339	0.267931	0.244194	0.206064	0.114042	0.122848	0.087640	0.061795	0.047140	0.042268	0.043325	0.047815	0.053472	0.058772
0.175392	0.335250	0.273543	0.317592	0.314887	0.284855	0.243229	0.216188	0.189762	0.163778	0.126739	0.119384	0.103900	0.093396	0.088212	0.087131	0.088120	0.092380	0.098723	0.090259
0.182388	0.247763	0.382366	0.329518	0.323542	0.291836	0.249212	0.221589	0.194703	0.168432	0.131139	0.123616	0.107956	0.097293	0.091998	0.090838	0.091718	0.095886	0.102205	0.093706
0.177840	0.242427	0.354987	0.353428	0.317906	0.287287	0.245278	0.218075	0.191497	0.165423	0.128305	0.120894	0.105342	0.094770	0.089539	0.088429	0.089377	0.093575	0.099941	0.091465
0.185349	0.284435	0.307512	0.377092	0.342260	0.294798	0.251773	0.223876	0.196790	0.170390	0.132984	0.125389	0.109658	0.098936	0.093599	0.092407	0.093243	0.097391	0.103679	0.095165
0.210394	0.386542	0.318012	0.312342	0.348858	0.334906	0.289109	0.248908	0.214445	0.186954	0.148589	0.140380	0.124054	0.112827	0.107140	0.105671	0.106135	0.110117	0.116143	0.107503
0.224139	0.424839	0.365508	0.309757	0.332785	0.335988	0.297645	0.265918	0.228546	0.196045	0.157153	0.148607	0.131955	0.120451	0.114571	0.112951	0.113211	0.117101	0.122984	0.114275
0.239016	0.456862	0.421903	0.342321	0.330702	0.323599	0.292192	0.278062	0.244323	0.209504	0.166423	0.157512	0.140507	0.128703	0.122614	0.120830	0.120870	0.124660	0.130388	0.121604
0.254246	0.484196	0.477560	0.393640	0.347646	0.311670	0.278190	0.279248	0.257598	0.223922	0.179008	0.166628	0.149261	0.137151	0.130848	0.128896	0.128710	0.132399	0.137968	0.129107
0.271629	0.511711	0.533865	0.458310	0.386933	0.314899	0.265438	0.272109	0.263191	0.237544	0.192927	0.179748	0.159254	0.146793	0.140246	0.138103	0.137659	0.141232	0.146620	0.137671
0.285885	0.532530	0.579140	0.516490	0.429085	0.324035	0.252243	0.257693	0.260016	0.245750	0.206240	0.192010	0.169895	0.154700	0.147953	0.145654	0.144997	0.148476	0.153715	0.144694
0.302132	0.554995	0.624387	0.578704	0.484622	0.352262	0.252163	0.244335	0.250477	0.247002	0.216083	0.205157	0.182652	0.165926	0.156737	0.154259	0.153361	0.156732	0.161801	0.152698
0.318719	0.578925	0.666548	0.639051	0.545254	0.393210	0.264944	0.236221	0.238268	0.242081	0.220215	0.216055	0.195424	0.178231	0.167683	0.162986	0.161849	0.165160	0.170056	0.160869
0.329242	0.600747	0.689466	0.685922	0.600196	0.437187	0.284651	0.231445	0.222351	0.228416	0.214244	0.218596	0.203176	0.187191	0.176360	0.170473	0.167266	0.170507	0.175293	0.166054
0.352131	0.621979	0.742275	0.750615	0.670630	0.500048	0.326190	0.246359	0.219482	0.221102	0.210887	0.222990	0.214428	0.202018	0.191729	0.185448	0.180845	0.182137	0.186685	0.177330
0.368968	0.642034	0.776714	0.801792	0.732577	0.560991	0.373673	0.267118	0.219269	0.210897	0.200557	0.218633	0.217444	0.210788	0.203225	0.197267	0.192239	0.192431	0.195065	0.185626
0.375461	0.642029	0.782332	0.820070	0.772413	0.619785	0.427668	0.297756	0.220516	0.197915	0.183091	0.204292	0.209716	0.209814	0.207062	0.203178	0.198309	0.198320	0.199915	0.188825
0.403102	0.678236	0.840727	0.896201	0.851853	0.689285	0.486265	0.339706	0.245933	0.205028	0.188811	0.200541	0.210089	0.216207	0.219037	0.218778	0.215014	0.214995	0.216136	0.203990
0.370448	0.620786	0.767859	0.811240	0.768279	0.626224	0.454540	0.336130	0.257058	0.206157	0.182042	0.183276	0.172894	0.185098	0.194522	0.199768	0.199606	0.200897	0.202419	0.190300
0.441069	0.716361	0.904698	0.987359	0.969976	0.826292	0.621780	0.451633	0.318467	0.238142	0.196589	0.190273	0.198484	0.211049	0.223215	0.231787	0.233996	0.236827	0.238283	0.225857

In the above tables, if we multiply 4.2 with 4.3, it gives cumulative probability of signal by sample 2 is 0.002919. Similarly one can be computed the moments with expected values of appropriate functions of run length

### 4.3 RUN LENGTH PROPERTIES OF STANDARD CONTROL CHARTS UNDER LINEAR TREND WITH ERLANG DISTRIBUTION

The following table 4.17 gives the average run length and other properties of the run length distributions for three basic control charts namely a scheme, W scheme and CUSUM scheme. In these tables  $\Delta$  values ranges from 0 to 1. Here we note that the shift will be detected rapidly when the trend is greater than 1 standard error per sample in all charts methods.

**Table 4.17**

Run Length Properties of Control Procedures Under Linear Trend				
$\Delta$	SCHEME			
		A	W	C
0	ARL	484.2276	422.3572	937.7919
	DEL*ARL	0	0	0
0.01	ARL	472.152	410.9796	755.0371
	DEL*ARL	4.72152	4.109796	7.550371
0.02	ARL	460.4521	399.9708	546.4483
	DEL*ARL	9.209042	7.999415	10.92897
0.05	ARL	427.4683	369.0191	301.6943
	DEL*ARL	21.37341	18.45095	15.08472
0.1	ARL	378.8087	323.6123	203.7465
	DEL*ARL	37.88087	32.36123	20.37465
0.2	ARL	300.6226	251.4491	120.6546
	DEL*ARL	60.12452	50.28982	24.13092
0.5	ARL	161.3278	126.7766	64.78596
	DEL*ARL	80.66392	63.38831	32.39298
1	ARL	68.50471	49.50603	36.43238
	DEL*ARL	68.50471	49.50603	36.43238

The following table gives values of ARL and  $\Delta$ \*ARL (displacement ARL) for these basic control charts and the corresponding data for further two CUSUM scheme with  $H = 8, K = 0.25$  and  $H = 2.5, K = 1$ .

**Table 4.18**

**Further Run Length Data for Control Schemes**

$\Delta$	CONTROL CHARTS								CUSUM SCHEMES					
	A=3.09		A=3		A=3.09,W=1.96		A=3,W=2		H=8,K=0.25		H=5,K=0.5		H=2.5,K=1	
	ARL	$\Delta^*$ ARL	ARL	$\Delta^*$ ARL	ARL	$\Delta^*$ ARL	ARL	$\Delta^*$ ARL	ARL	$\Delta^*$ ARL	ARL	$\Delta^*$ ARL	ARL	$\Delta^*$ ARL
0	504.492	0	405.0888	0	431.7027	0	376.5596	0	483.2373	0	400.0484	0	335.3028	0
0.005	499.6861	2.498431	401.0746	2.005373	426.9887	2.134944	372.5839	1.862919	478.1382	2.390691	395.3345	1.976672	331.327	1.656635
0.01	494.9281	4.949281	397.1004	3.971004	422.3233	4.223233	368.6484	3.686484	473.3802	4.733802	390.669	3.90669	327.3915	3.273915
0.015	490.2174	7.353261	393.1657	5.897485	417.7058	6.265588	364.7527	5.471291	468.6695	7.030042	386.0516	5.790774	323.4959	4.852438
0.02	485.5536	9.711071	389.2701	7.785402	413.1359	8.262718	360.8966	7.217931	464.0057	9.280113	381.4817	7.629633	319.6397	6.392793
0.025	480.9362	12.0234	385.4133	9.635333	408.613	10.21533	357.0794	8.926986	459.3883	11.48471	376.9588	9.42397	315.8225	7.895564
0.03	476.3647	14.29094	381.5949	11.44785	404.1368	12.1241	353.301	10.59903	454.8168	13.6445	372.4825	11.17448	312.0441	9.361323
0.04	467.3578	18.69431	374.0717	14.96287	395.3223	15.81289	345.8587	13.83435	445.8099	17.83239	363.668	14.54672	304.6018	12.18407
0.05	458.5292	22.92646	366.6975	18.33487	386.6888	19.33444	338.5666	16.92833	436.9813	21.84906	355.0345	17.75173	297.3097	14.86548
0.06	449.8754	26.99253	359.4692	21.56815	378.2328	22.69397	331.4218	19.88531	428.3275	25.69965	346.5785	20.79471	290.1649	17.40989
0.08	433.0786	34.64629	345.4393	27.63515	361.8396	28.94716	317.5626	25.40501	411.5307	32.92246	330.1853	26.41482	276.3057	22.10446
0.1	416.9404	41.69404	331.9596	33.19596	346.1159	34.61159	304.2588	30.42588	395.3925	39.53925	314.4616	31.44616	263.0019	26.30019
0.15	379.3092	56.89639	300.5274	45.07911	309.5695	46.43542	273.2903	40.99354	357.7613	53.6642	277.9152	41.68728	232.0334	34.80501
0.2	345.2592	69.05184	272.0864	54.41728	276.6742	55.33484	245.3479	49.06957	323.7113	64.74226	245.02	49.00399	204.091	40.8182
0.25	314.4494	78.61236	246.3519	61.58798	247.09	61.77249	220.1483	55.03707	292.9015	73.22538	215.4357	53.85893	178.8914	44.72285
0.3	286.5716	85.97148	223.0664	66.91992	220.5084	66.15252	197.435	59.23051	265.0237	79.50711	188.8542	56.65625	156.1782	46.85345
0.4	238.5223	95.40891	182.9322	73.1729	175.2601	70.10405	158.5611	63.42442	216.9744	86.78975	143.6059	57.44235	117.3042	46.92167
0.5	199.1828	99.59141	150.0732	75.03658	138.9849	69.49247	127.1187	63.55935	177.6349	88.81746	107.3307	53.66535	85.86181	42.93091
0.6	166.9744	100.1846	123.1704	73.90225	110.0736	66.04414	101.7867	61.07203	145.4265	87.25589	78.41932	47.05159	60.52984	36.3179
0.8	119.0144	95.21152	83.11087	66.48869	69.21248	55.36999	65.28345	52.22676	97.4665	77.9732	37.55824	30.04659	24.02657	19.22126
1	86.86585	86.86585	56.25815	56.25815	44.40481	44.40481	42.38135	42.38135	65.31796	65.31796	12.75057	12.75057	12.38135	12.38135
1.25	41.84639	52.30799	34.77545	43.46931	27.34616	34.18269	25.96111	32.45139	20.2985	25.37312	10.96111	13.70139	10.96111	13.70139
1.5	24.04675	36.07013	21.74554	32.61831	9.591441	14.38716	17.57647	26.36471	22.68128	34.02191	7.591441	11.38716	7.576474	11.36471
2	8.846306	17.69261	8.609056	17.21811	7.325413	14.65083	9.539973	7.325413	7.480828	14.96166	5.325413	10.65083	6.997273	13.99455
2.5	3.254374	8.135936	3.938282	9.845705	5.369215	13.42304	7.539973	5.369215	1.888896	4.722241	3.369215	8.423037	4.997273	12.49318
3	1.197217	3.591652	1.253455	3.760366	2.361453	7.084358	5.110853	2.361453	0.197217	0.591652	0.361453	1.084358	2.568153	7.704458

#### 4.4. CONCLUSIONS

As in this case of Rayleigh distribution and log-logistic distributions, in Erlang distribution also there exists less difference in performance among sources of A, W and C under the trend than under step change conditions. Regarding the observations about standard C scheme Erlang has two similar conclusions as in the case of Rayleigh and log-logistic distributions.

BISSELL (1984) has given performance of control charts and CUSUM schemes under linear trend with Normal distribution. His results also reveal that CUSUM offer less advantage in terms of ARL where trend may exist. However, it would be interesting to see the performance of A, W and C schemes with other distributions like Beta distribution, Log-normal distribution etc by Markovian approach.